

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ И НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ФОРМАЛИЗАЦИИ ПЕТРОФИЗИЧЕСКИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ, ИХ НАСТРОЙКИ И ПРИМЕНЕНИЯ ПРИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ КАРОТАЖА И КЕРНА (ОБЗОР, СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ, РЕАЛИЗАЦИЯ В ТЕХНОЛОГИИ ModERn)

© 2005 Б.Н. Еникеев
ЗАО “Пангея”, г.Москва

Субъективное историческое введение в проблематику

Петрофизика и интерпретация представляют собой комплексные области науки и технологии, успешное овладение которыми требует знаний в целом ряде слабосвязанных областей и владение общесистемным аппаратом анализа данных и прикладной статистики.

Понимание этого обстоятельства, как и все более полное овладение общесистемными методами анализа данных постепенно происходило на протяжении последних пятидесяти лет, и как история этого процесса, так и попытки сделать выводы могут считаться вполне поучительными.

Первые попытки петрофизического обоснования каротажа были связаны с методами сопротивления и собственной поляризации, причем фундаментальные уравнения физики микронеоднородных пористых материалов освящены такими (известными как общенаучные) именами как Максвелл, Нернст, Планк, Карман.

Однако, формальный путь использования уравнений, полученных этими и другими авторами для идеализированных микронеоднородных сред, оказался на начальном этапе менее эффективным, чем использование простых эмпирических уравнений связи сопротивления с пористостью и водонасыщенностью (В.Н. Дахнов и Г.А. Арчи) и мембранного потенциала с пористостью или проницаемостью песков и отношением сопротивлений для растворов с низкой и высокой минерализациями.

Для двух методов (с известными и простыми по строению уравнениями, имеющими фиксированные коэффициенты) проблема решения системы уравнений фактически отсутствовала.

К чести наших соотечественников геофизики школы В.Н. Дахнова более чутко и продуманно рассматривали проблематику еще в 50-е годы [1,2].

В частности, В.Н. Дахнов настаивал на дифференциациях зависимостей по числовым значениям их коэффициентов, с учетом геологических особенностей разных регионов. В.Н. Дахнов и В.Н. Кобранова провели большую работу по выявлению и поискам закономерностей для разных теоретических и эмпирических взаимосвязей (в том числе и зависимостей связывающих пористость с глинистостью, глубиной залегания пород и содержанием связанной воды, которые позволяли дополнить системы уравнений и создать условия для повышения их адекватности).

После первых попыток применения нейтронных методов приведения нейтронной влажности и сопротивления к одному масштабу по пластам с одинаковым насыщением, - (по сути, идею калибровки) высказал и реализовал М.Р. Вилли [3].

Вообще, выделение разных типов насыщения, строения, состава берет начало от идеи сравнения измерений. В геофизике важность сопоставления и сравнения измерений методов одинаковой физической природы имеет истоки в сравнении сопротивления пласта и зоны проникновения и, сходной по замыслу, идеи метода двух растворов.

Полезно отметить, что все эти методы носили на себе отпечаток субъективности, поскольку и процедуры проведения зависимостей по облаку точек (включающие и выбор рабочей области, и отбраковку грубых ошибок) и процедуры сравнения с проведением разделяющих классы кривых, проводились вручную.

К сожалению, к началу 60-х годов интерпретация и петрофизика в школе Дахнова во многом пошли по пути палеточной технологии, что в определенном смысле затормозило развитие количественной интерпретации на ЭВМ и сковывало петрофизиков, косвенно ограничивая уровень теоретического моделирования петрофизических взаимосвязей.

К середине 70-х годов в школе В.Н.Дахнова крайне желательным стало сопровождение получаемых диссертантом результатов в области количественной интерпретации рассчитанной палеткой или номограммой [2]. Говоря в модных ныне терминах, необходимость построения номограмм создавала дополнительный институциональный барьер, приводящий к значимым транзакционным издержкам.

Вместе с тем, еще в начале 60-х годов Ш.А.Губерманом и М.М.Элланским были подхвачены, адаптированы и изучены применительно к задачам интерпретации каротажа методы распознавания образов (прежде всего программы Кора и дискриминантный анализ [5,23]) и линейного многомерного регрессионного анализа (прежде всего программа РЕГР, работающая с ортогональными полиномами).

По транзакционным издержкам (необходимо было доставать время на ЭВМ, а порой и приобщаться к программированию) этот путь также не смотрелся простым, но оказался более гибким и перспективным.

По сути, предлагаемые машинные методы означали расширение принципа адаптивности, при котором зависимости (в классе функций, используемом алгоритмом) строились уже не в двух измерениях, а с использованием нескольких переменных и, вдобавок, по формальным правилам. Полезно отметить, что эти работы по математизации и их публикации на десятилетие опередили соответствующие подходы, разрабатываемые за рубежом (как мне кажется, в отличие от России, многие на Западе все еще были загипнотизированы идеями “уравнений с универсальными константами”).

Отечественные геофизики уже в 60-70-е годы смогли оценить как плюсы, так и недостатки методов, в которых искомые свойства породы оцениваются подбором параметров правил по обучающей выборке (объем которой поневоле ограничен и зачастую не всем значениям в которой можно и стоит доверять).

И в этом отношении роль В.Н.Дахнова (который, как прошедший физическую школу, всегда настаивал на проверке асимптотики поведения получаемых зависимостей и палеток и соблюдении правил размерности) трудно преуменьшить даже при наличии большого желания.

Помимо организационно-деятельностных транзакционных издержек естественно говорить и об интеллектуальных (в определенном смысле “экономии мышления” за счет удобной и естественной нотации) и в этом смысле машинные методы дали нотацию и аппарат, позволяющий шире оперировать данными измерений.

Критика В.Н.Дахнова развивала у оппонентов стремление устранить ограниченность их нотации и применяемого аппарата, включить в них и те достоинства теоретической петрофизики, на которых он убедительно настаивал. Ш.А.Губерман и М.М.Элланский выбрали для этого разные пути (классы функций и способы учета материалов обучения), но частично сумели ввести априорную информацию в применяемый ими аппарат.

Замечу, что возможно именно этот опыт во многом позволил преодолеть не всегда уместное увлечение нейронными сетями и размытыми множествами (область применения которых выходит за границы собственно петрофизики и сводится к формальному анализу данных при большом объеме обучения).

К 1970 году приобрела популярность идея представления петрофизических связей в виде системы линейных уравнений, что вполне отвечало возможностям появившейся вычислительной техники.

Из работ этого времени уместно отметить в первую очередь публикации, в которых вводились специальные приемы нахождения свойств минеральных компонент породы (в

первую очередь речь идет об индикаторах глинистости и о лито-плотностном плоте). В этих работах представителей Schlumberger начала оформляться техника использования кросс-плотов для калибровки и настройки переменных и идея комплексного использования одновременно многих методов каротажа [8].

Именно к началу 70-х годов эти разнородные идеи синтезировались в виде программ Coriband и Saraband, которые на десятилетие предопределили особенности западного подхода тех лет к интерпретации каротажа и до сих пор лежат в основе QuickLook (оперативной интерпретации).

Таким образом, к началу 70-х годов сформировалась ситуация, в которой хотя и не всеми одновременно сознавались, но наличествовали:

1. Петрофизические взаимосвязи $y_j = F_j(x_1, x_2, x_3, \dots, A_{j1}, A_{j2}, \dots)$ методов каротажа, взятых по отдельности, связывающие показания y_j этих методов с компонентным составом и структурой породы x_1, x_2, x_3, \dots ;
2. Понимание того, что коэффициенты A_{j1}, A_{j2}, \dots могут зависеть от региона и возраста отложений, и приемы их настройки с помощью техники кросс-плотов;
3. Понимание того, что можно определять искомые свойства x_1, x_2, x_3, \dots не просто разрешая уравнения последовательно и поочередно (цепочка подстановок), а, например, решая систему линейных уравнений.

Следующий шаг казался естественным: надо решать системы линейных уравнений и подбирать в них коэффициенты автоматически.

Ниже я попытаюсь описать, как эти простые идеи появлялись, реализовывались и приживались в каротаже (изложение несколько субъективизировано, но не из демонстрации особого интереса к собственной персоне, а с целью контекстуально нагляднее донести сопряжение идей в потоке времени).

Решение систем нелинейных уравнений

Надо сказать, что в 60-е годы и статистика и вычислительная техника были далеки не только от геофизики, но и от прочих областей знания. В отдельных организациях некоторым сотрудникам удавалось получить 5-10 минут машинного времени в сутки (притом по возможности во вне рабочее время), книги по математической статистике издавались малыми тиражами, а искусство решения систем нелинейных уравнений и вовсе было мало популяризуемо.

Мои первые порывы в области решения систем уравнений (я тогда сконструировал первую версию своих уравнений для СП и для дипломного проекта важно было попытаться их решить совместно с другими, а до этого еще и настроить их коэффициенты) были столь же наивны сколь и амбициозны. Я решил, что можно разрешать каждое из уравнений относительно каждой из переменной, проверять на ограничения, все, что сходится, как-то комплексировать и делать это многократно, пока значения, получаемые каждый раз, не перестанут различаться (по сути, в терминологии численных методов это покоординатный спуск, который тогда и на мехмате читали весьма упрощенно).

Не так чтобы особенно глупо, но как теперь понятно, методы такого рода порой будут плохо сходиться, а при случае, придуманный критерий окончания оборвет процесс задолго до искомого решения. Стоит заметить, что в конце 70-х годов я встретил в работах почвоведов вариант подобного метода (в нем значения на смежных итерациях взвешивались с нарастающим весом, и который сходился при случае за 5-30 итераций).

После поступления на работу в ЦГЭ (1971 год) я попытался такой метод реализовать (причем это был мой первый опыт программирования вообще и, тем более, в машинных кодах, и текст итерационного блока этой программы для моей отладки написала для меня И.М. Чуринова).

Имея для отладки 5 минут в сутки (причем при случае колоду перфокарт не удавалось ввести в течении всех этих 5 минут) я приступил к отладке и быстро убедился, что все сильно зависит от начальных приближений x_1, x_2, x_3, \dots и коэффициентов A_{j1}, A_{j2}, \dots . Если коэффициенты задавались неудачно, программа выпрыгивала по x_1, x_2, x_3, \dots за граничные значения (например в отрицательные пористости или водонасыщенности большие единицы и не хотела оттуда выбираться).

Поскольку указанный способ отладки оставлял уйму времени не только для еkkлезиастических размышлений, я прочитал немало публикаций, часть из которых продвинула меня в понимании статистической и численной природы задачи. С одной стороны это были книги по статистической радиотехнике и статьи по распознаванию образов, а с другой книга Ф.М.Гольцмана по статистической теории интерпретации потенциальных полей и книга под редакцией (недавно скончавшегося) Л.С.Полака по определению механизмов химических реакций.

Обе книги рассматривали задачи сходные с изучаемой (по измеряемому с ошибками вектору Y надо оценить вектор X , если известны их уравнений связи) и то, какие ухищрения при этом применяются.

Тут уместно напомнить постановку задачи (пионером ее является Л.А.Халфин).

Пусть известны уравнения:

$$y_j = F_j(x_1, x_2, x_3, \dots, A_{j1}, A_{j2}, \dots) + E_j(0, S_j), \quad (1)$$

где $E_j(0, S_j)$ представляют собой случайные ошибки с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратической ошибкой S_j .

Тогда при известной совокупности y_1, y_2, y_3, \dots значения x_1, x_2, x_3, \dots можно найти по методу максимума правдоподобия, максимизируя произведение вероятностей p_j , где $p_j = \text{Exp}[-(E_j(0, S_j) * E_j(0, S_j))]$. Максимизация произведения p_j эквивалентна минимизации суммы $(-E_j(0, S_j) * E_j(0, S_j))$ для всех j , что сводит задачу к оптимизационной (выше для простоты не рассматривается случай коррелированности ошибок измерений).

Поскольку описываемые в книгах методы представлялись сложно реализуемыми вообще, а в машинных кодах в частности (да и петрофизика была мне дороже частной задачи решения системы петрофизических взаимосвязей), то ничего умнее и проще в реализации, чем лобовое иерархическое сканирование по решетке переменных x_1, x_2, x_3, \dots с дроблением шага вблизи наилучшей из найденных точек, в голову не приходило.

Оглядываясь с улыбкой назад, легко заметить, что подобный метод удобоварим при хорошо обусловленной системе уравнений, а при плохой обусловленности система имеет длинный и крутой овраг, располагающийся вдоль определенных сочетаний переменных, причем значения на дне оврага не сильно отличаются друга от друга - задача неустойчива (избавил меня от иллюзий и вдохновил на изыски с численными методами тогда прекрасный математик и человек А.С.Кронрод, волей судеб пришедший в 1974 году в ЦГЭ).

Тем не менее, при малых ошибках и хорошем значении констант задача решалась и без изысков и приводила к тестовым значениям. Чем и как лучше всего стоит решать задачи такого рода, вопрос, не имеющий для меня до сих пор однозначного ответа, несмотря на сотни просмотренных публикаций, солидный опыт решения задач низкой и средней размерности, изучение чужих и программирование своих алгоритмов [15]. Данные тестирования позволяют скорее сказать, чем именно и пытаться решать не стоит. Мне мой личный опыт показывает, что обычно непригодны методы случайного поиска, разные версии генетических алгоритмов, простейшие алгоритмы типа наискорейшего спуска, сопряженных градиентов, переменной метрики и деформируемого многогранника.

Вернусь к постановке задачи. Переписанная мной программа предусматривала до 10 переменных, до 10-ти уравнений (чувствуется склонность автора к метрической системе) и шести коэффициентов на уравнение.

В зависимости от литотипа породы программа выбирала значения изменяемых переменных (замораживая неизменяемые), задавала начальные приближения, информативные методы и их дисперсии – S_j .

Уравнения были отобраны с претензиями на универсальность, а также с максималистским стремлением запомнить все зарезервированное для них место.

Программа Ц-2-15 ПЕТРОФИЗИКА (о копирайтах тогда никто не думал) начала активно опробоваться в Татарии (тогда там работал Д.А.Шапиро), но условия для работы с ней ограничивались технологией петрофизического обоснования включенных в нее уравнений в конкретных условиях. В скобках замечу, что наличие такого институционального барьера я, надо сказать, совершенно не осознавал, да и не входило это в мою систему ценностей того времени. Ниже (на рис. 1) приведена довольно обширная сводка дальнейшей истории развития изучаемого подхода, которая позволяет нам не приводить детальные ссылки на десятки работ в этой области. Кроме того, на рис. 2 приведен рисунок в стиле разработанных Garthner Group диаграммы Wireless HypeCycle, которая условно отражает соотношение ожиданий и результатов от новых технологий и развитие этих соотношений, по мере эволюции исходной идеи (важной для популяризации в России вехой стала публикация о Global [14]), а также ее адаптации к задаче повсеместного использования. Но решение систем уравнений это лишь часть проблемы. Следующим и естественным шагом явилась задача автоматизации настройки коэффициентов уравнений.

Настройка коэффициентов систем нелинейных уравнений

В случае линейных уравнений (например, при линейной в логарифмах сопротивлении связи сопротивления и пористости и уравнения интервального времени или плотности) можно формально оценивать константы уравнений путем такого подбора коэффициентов, при котором они согласованы со свойствами выделенного интервала разреза (это было сделано еще в 50-60-е годы).

Пусть (1) вырождается для m -го пласта в упрощенный вид:

$$\begin{aligned} y_{1,m} &= A_{10} + A_{11} * x_{1,m} \\ y_{2,m} &= A_{20} + A_{21} * x_{1,m} \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда, если уравнения справедливы (например, для логарифмов сопротивления и нейтронного каротажа, для плотностного или акустического), то можно формально исключить из них $x_{1,m}$, а разрешив их относительно любой неизвестной константы (при известных других) и применив его к совокупности пластов с $M11 < m1 < M12$, можно оценить значение этой константы.

По сути, задача сводится к задаче построения линейной регрессии.

Если же одно или оба из уравнений содержат дополнительные аддитивные слагаемые, зависящие еще от одного фактора, например, $x_{2,m}$ (он может отражать эффект насыщения, смены типа порового пространства или компонентного состава породы) то это открывает путь выделения участков разреза $M21 < m2 < M22$, в которых этот фактор значимо отличается от значений в других.

$$\begin{aligned} y_{1,m} &= A_{10} + A_{11} * x_{1,m} + A_{12} * x_{2,m} \\ y_{2,m} &= A_{20} + A_{21} * x_{1,m} + A_{22} * x_{2,m} \end{aligned} \quad (3)$$

Обработка каротажа методами оптимизации



Рис. 1. TimeLine развития параметрического подхода

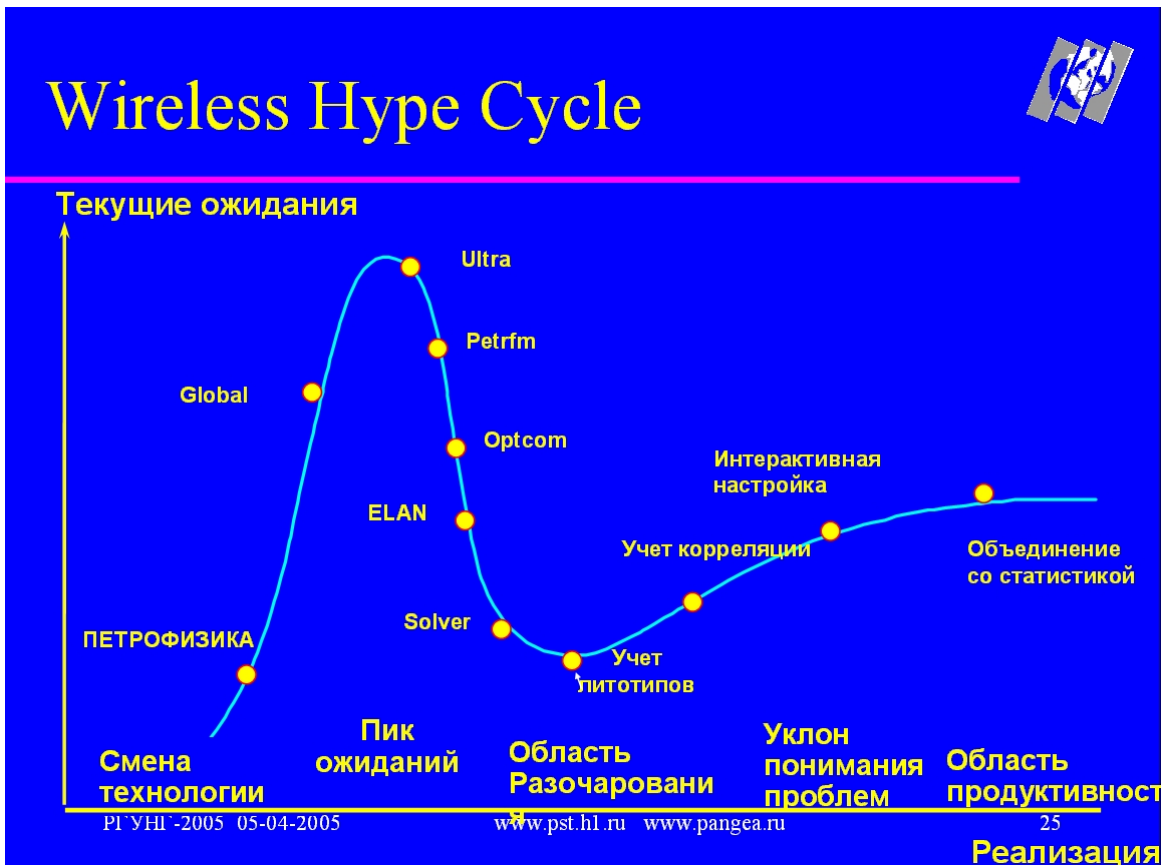


Рис. 2. Диаграмма Garthner Group применительно к проблематике доклада

Особенностью такого способа расчленения разреза является условие монотонности влияния дополнительных слагаемых в этой системе и скачков в значениях $x_{2,m}$, разделяющих разные состояния (например, водоносные и продуктивные интервалы).

По сути, это и представляет собой идею метода нормализации или адаптивного оценивания в классической постановке.

Естественным выглядит вопросы обобщения этой процедуры.

Одно из обобщений – обобщение, учитывающее принцип упорядоченности расположений углеводородов и воды в массивных залежах, и позволяющее за счет этого повысить точность разбиения на участки разреза, что необходимо, ввиду стохастичности используемых взаимосвязей. Формально учет влияния этого фактора предложили производить Ш.А.Губерман и И.М.Чуринова путем использования штрафных функций. В конце 70-х годов автор доклада предложил формальный критерий для оценки границы углеводороды-вода (для случая, когда известны оценки вероятностей насыщения разного типа [22,11,15]). Формально задача сводится к нахождению моментов переключения M_k в критерии:

$$L(M_k) = \prod_{i=1}^{M_k} p_i * \prod_{i=M_k+1}^N q_i \quad (4)$$

где нумерация идет в пределах массивной залежи сверху-вниз, а p_i и q_i вероятности углеводородо- и водонасыщения. Разного рода геолого-геофизические и формальные обобщения тут довольно легко и разнообразно представимы.

Впоследствии выяснилось, что сходные формализмы (задачи о разладке) могут применяться и применяются в большом числе задач (от прогнозирования землетрясений до распознавания речи и строения ДНК).

Разного рода нелинейные обобщения также возможны.

Так в случае, когда можно выделить один из классов объектов (обычно водоносные интервалы) нелинейная система (1) нередко может быть существенно упрощена, ввиду вырождения зависимостей при $K_v=1$, и, не только допускать более простые решения, но и становиться переопределенной, что позволят использовать получаемую невязку для подбора части коэффициентов (по сути – та же идея, что и выше). Это может позволить легко подобрать коэффициенты в уравнения для нейтронной пористости, уравнения для интервального времени [11-18, 20]. Подобные программы были написаны автором в 70-80-е годы и входили в комплексы Ц-2 и ASOIGIS.

Другое направление обобщений идей нормализации может быть связано с противоположной идеей - отказом от параметризации взаимосвязей или ее максимальным ослаблением [7, 19].

Просматриваемые здесь подходы тем или иным способом опираются на идею локальности описания и справедливости материала обучения. На этом пути могут быть построены различные алгоритмы. К ним можно отнести алгоритмы, развивающие идеи методов типа “ближайшего соседа”, такие как разные версии непараметрической регрессии или нейронных сети или ранговые аналоги взаимосвязей. Преимущества и недостатки таких алгоритмов контролируются степенью плотности материала обучения в затрагиваемом пространстве, а также ограниченной возможности их прогноза в “пустой” области. Там где плотность недостаточна, а представления петрофизики корректны, а прогноз необходим, априорная информация бьет методы “ползучего эмпиризма грубой силы”, основанные на формальных попытках учета частных особенностей выборки.

Прежде чем переходить к общим алгоритмам настройки уместно остановиться на обобщениях предшествующих постановок.

Некоторые обобщения задачи совместного использования петрофизических взаимосвязей

Системы взаимосвязей, очевидно и наиболее естественно обобщаются в трех основных направлениях (хотя даже в работах [17,25] они не вполне отражены):

- учет желательности выбора из совокупности альтернативных взаимосвязей (для разных дискретно различаемых состояний, таких как литологии, насыщение, структура зависимостей – введем индекс “1” в (5));
- учет требований робастности (возможности появления грубых или ураганных ошибок с малой вероятностью - P_j^1);
- учет уравнений-связок между переменными (введем уравнения (5a)).

$$y_j = F_j^1(x_1, x_2, x_3, \dots, A_{j1}^1, A_{j2}^1, \dots) + (1 - P_j^1) * E_{jf}^1(0, S_{ij}) + P_j^1 * E_{jf}^2(0, S_{2j}) \quad (5)$$

$$G_j^1(x_1, x_2, x_3, \dots, B_{j1}^1, B_{j2}^1, \dots) = (1 - P_j^1) * E_{jg}^1(0, S_{ij}) + P_j^1 * E_{jg}^2(0, S_{2j}) \quad (5a)$$

Менее очевидными (для неискушенного в постановке этих задач читателя) представляются несколько иных формальных обобщений [26-31]:

- замены уравнений на неравенства;
- введения пространственных соотношений (например, типа (4) или трендовых, или учет коррелируемости свойств в той или иной форме);
- учета различия вертикальных и горизонтальных объемов осреднения у разных методов каротажа и особенностей мезонеоднородностей изучаемых пород;
- асимметрия ошибок измерений на выходе из решений обратных задач (в частности на выходе из методов оценки сопротивления пород).

Тем не менее, формализм допускает и их решение в той мере, в которой эти обобщения параметрически формализуются.

Следует отметить, что последнее направление (начатое автором совместно с покойным Ю.А.Шпикаловым в 80-е годы [24]) в последние годы начало развиваться как в Америке, так и в России, но (на мой взгляд) по пути, в котором легче дискредитировать идею, чем достичь ее успешной реализации.

Остальные соображения продолжают развиваться автором в рамках системы ModERn [31-33], некоторые особенности их реализации и дизайнных решений частично опубликованы, частично докладываются на презентациях.

Значительную часть дополнительной информации (доклады и презентации) можно найти на личном сайте автора (www.pst.h1.ru).

Литература

1. Вопросы промысловой геофизики. Сб. переводных статей под ред. В.Н.Дахнова М.: ГТТИ 1957 500 стр.
2. Дахнов В.Н. Геофизические методы определения коллекторских свойств и нефтенасыщения горных пород М.: Недра 1975
3. Вилли М.Р. Применение данных нейтронного гамма-метода при интерпретации данных электрометрии скважин Вопросы промысловой геофизики Сб. переводных статей под ред. В.Н. Дахнова М.: ГТТИ 1957 стр. 373-385.
4. Халфин Л.А. Информационная теория интерпретации геофизических исследований ДАН СССР т.122 № 6 1958
5. Бонгард М.М. Проблемы узнавания М.: Наука 1966 320 стр.
6. Применение вычислительной математики в физической и химической кинетике М.: Наука 1969 279стр.
7. Епанечников В.А. Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности. Теория вероятностей и ее применения, 1969. – Т.14. – № 1. – с. 156-161.

8. Poupon A., Clavier C., Dumanoir J., Gaymard R., Misk A. Log Analysis of Sand-Shale Sequences – A Systematic Approach Journal Petroleum Tehnology 1970 pp.867-879.
9. Гольцман Ф.М. Статистические модели интерпретации Наука Ф/М. 1971 327стр.
10. Еникеев Б.Н. Системный подход к статистической интерпретации геофизических данных в задачах с априорно известной структурой многомерных моделей. Тезисы семинара “Применение математических методов и ЭВМ в геологии” Алма-Ата 1974, стр. 85-87. (www.petrogloss.narod.ru)
11. Еникеев Б.Н., Еникеева С.Н. Применение метода минимизации при решении на ЭВМ некоторых задач нефтепромысловой геофизики//Труды IV смотр-конкурса молодых специалистов МИНХ и ГП М.: 1979 Деп. в ВНИИЭГазПром 18.12.78 №55.3М. стр 16-32.
12. Оценка коллекторских свойств и пластов на основе решения систем петрофизических уравнений на ЭВМ // Э.И.Миколаевский, Н.Н.Сохранов, Г.М.Сытик, Э.А.Таратын М.: ВИЭМС 1979.
13. Еникеев Б.Н., Кашик А.С., Чуринова И.М., Шпикалов Ю.А. Системный подход к оценке свойств пласта по данным каротажа (модели и методы). М.: ВНИИОЭНГ, 1980 (Обзорная информация, сер. Нефтегазовая геология и геофизика).
14. Meyer C., Subbit A. Global, A new Approach to Computer Processed Log Interpretation SPE 9346 55 Annual Fall Conference and Exhibition of the SPE 1980.
15. Еникеева С.Н., Еникеев Б.Н. Использование принципа упорядоченности геологических объектов при решении задач классификации и косвенной оценки параметров (доклад в МОИП от 8 февраля 1978 года). Математические методы анализа природных явлений М.: Наука 1981. стр 60- 64
16. Еникеев Б.Н., Еникеева С.Н. Опыт постановки и решения оптимизационных задач в гидрогеологии и нефтегазопромысловой геофизике. // Математические методы идентификации моделей в геологии. Москва Наука/МОИП 1983 стр.39-49.
17. Сидорчук А.И., Кнеллер Л.Е., Гайфуллин Я.С. Использование идей оптимизации и идентификации при комплексной обработке данных каротажа. Математические методы идентификации моделей в геологии М.: МОИП 1983 стр.58-61.
18. Еникеев Б.Н. Использование априорных геологических сведений при интерпретации данных каротажа. Математические методы идентификации моделей в геологии М.: МОИП 1983 стр.58-67.
19. Надарая Э.А. Непараметрическое оценивание плотности вероятности и кривой регрессии. – Тбилиси: Изд-во ТГУ, 1983. – 194 с.
20. Еникеев Б.Н. Опыт совместной обработки разнородных данных при решении задач геофизики и нефтегазопромысловой геологии. Математические методы идентификации в задачах геологии М.: МОИП 1984 стр.139-149.
21. Хьюбер П. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1984. – 303 с.
22. Еникеев Б.Н., Кашик А.С., Чукина Л.В., Чуринова И.М. Оценка коллекторских свойств пласта путем настройки и решения систем петрофизических уравнений на ЭВМ. М.: ВНИИОЭНГ, 1985 (Обзорная информация, сер. Нефтегазовая геология и геофизика, Вып. 7(80)).
23. Губерман Ш.А. Неформальный анализ данных в геологии и геофизике М.: Недра 1987
24. Еникеев Б., Чуринова И., Шпикалов Ю. Развитие методов количественной интерпретации ГИС в рамках АСОИГИС (проблемы и перспективы)

- Исследования и разработки в области нефтяной геофизики в странах-членах СЭВ т.2 М.: СЭВ 1988 стр 33-40.
25. Кнеллер Л.Е., Гайфуллин Я.С., Рындин В.Н. Автоматизированное определение коллекторских свойств, нефтегазонасыщенности по данным каротажа (петрофизические модели и методы). М.: ВИЭМС сер. Региональная и морская геофизика: геофизические методы поисков и разведки полезных ископаемых 1990 74стр.
 26. Элланский М.М., Еникеев Б.Н. Использование многомерных связей в нефтегазовой геологии М.: Недра 1991 208стр.
 27. Еникеев Б.Н., Неяглова О.А. принципы построения дружелюбной системы поддержки количественной интерпретации каротажа - PetroSoftTools. //SEG-EАГО-1993 Сборник рефератов т.2, Р.4.11. М.: ЕАГО 1993 стр.55-56.
 28. Еникеев Б.Н., Неяглова О.А. Программа PetroSoftTools – попытка рефлексии ориентиров. Геология, геофизика и разработка нефтяных месторождений М.: ВНИИОЭНГ 1996 №3 стр.25-32
 29. [Еникеев Б.Н. Петрофизика и интерпретация каротажа как составная часть интегрированной интерпретации: некоторые проблемы и перспективы.// Геофизика 1998 N.1. стр.64-73.](#)
 30. Mosegaard K, Tarantolla A. Probabilistic Approach to Inverse Problems In: International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology, published by Academic Press for the International Association of Seismology and Physics of the Earth Interior, 2002.
 31. Еникеев Б.Н. Настройка и решение обратной петрофизической задачи на основе использования сочетания параметрических и непараметрических взаимосвязей SEG-2003 Moscow 2003. http://petrogloss.narod.ru/Enikeev1_SEG2003.htm
 32. [Вендельштейн Б.Ю.](#), Еникеев Б.Н. Некоторые особенности методологии построения, оформления и использования петрофизического знания и пути его совершенствования. ГЕОФИЗИКА 10 лет ПАНГЕЕ М.: ЕАГО 2004 стр. 65-73 <http://petrogloss.narod.ru/geoph10p.htm>
 33. Еникеев Б.Н. Попытка морфологического сравнения некоторых направлений комплексной интерпретации ГИС Современные проблемы промышленной геофизики (Дахновские чтения) Тезисы докладов М.: РГУНГ 2005 стр.39-41 http://www.pst.h1.ru/Enik_Sum1-5.htm